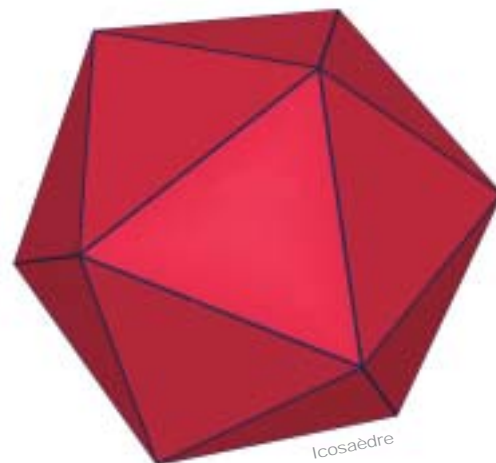
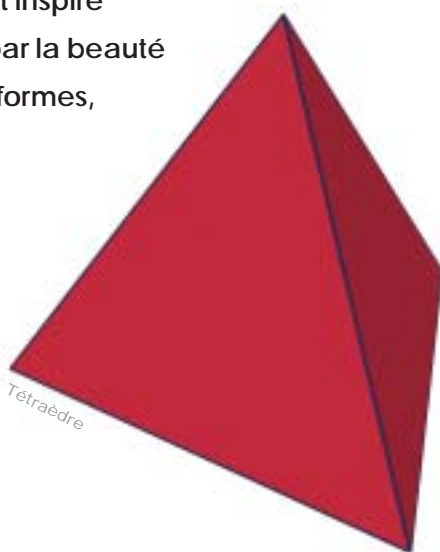


La beauté des maths



Depuis l'Antiquité, les «solides de Platon» ont séduit et inspiré savants et créateurs, par la beauté et l'harmonie de leurs formes, et par leurs propriétés géométriques remarquables

Par Mireille Tabare



«**C**ontrairement à ce que suggère leur nom, ces figures géométriques n'ont pas été découvertes par Platon, mais par son contemporain, le mathématicien Théétète d'Athènes, explique Dominique Gaud, professeur au lycée pilote innovant de Jaunay-Clan et formateur à l'Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques (Irem) de Poitiers. C'est lui qui, au IV^e siècle avant notre ère, définit la notion de polyèdres réguliers : des volumes inscriptibles dans une sphère, et composés de faces polygonales régulières toutes identiques entre elles.» En développant sa théorie, Théétète fait un constat étonnant. Alors qu'il existe dans le plan une infinité de polygones réguliers, il n'existe dans l'espace que 5 solides convexes satisfaisant à cette définition : le tétraèdre régulier (4 faces triangulaires), le cube (6 faces carrés), l'octaèdre (8 faces trian-

gulaires), le dodécaèdre (12 faces pentagonales) et l'icosaèdre (20 faces triangulaires). Cette théorie, dont les échos retentissent encore jusqu'à nos jours, Platon l'utilisera dans son *Timée* (358 av. J.-C.) pour élaborer sa cosmologie. On la retrouve aussi exposée et développée dans le Livre XIII des *Eléments* d'Euclide, publiés au III^e siècle avant notre ère.

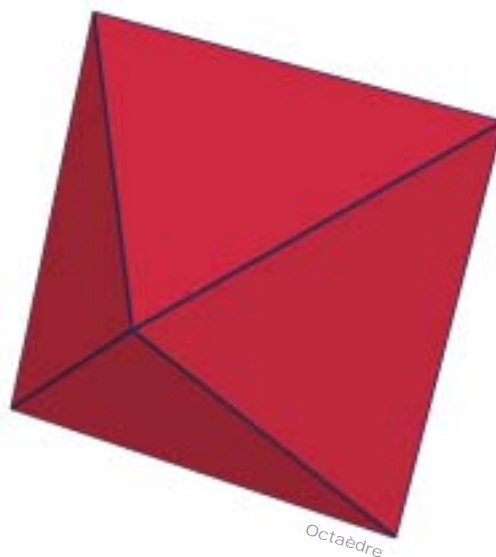
«Si les Grecs ont accordé une si grande importance aux solides platoniciens, c'est parce qu'ils recherchaient des modèles susceptibles d'expliquer l'univers, la position et la course des planètes, la forme de la terre et du ciel. Pour le demiurge ordonnateur du monde du *Timée* de Platon, le cosmos est un être vivant doté d'une âme – régie par le nombre, l'harmonie, la proportion – et d'un corps, organisé selon des figures géométriques. Parmi ces figures, les Grecs ont choisi comme modèles pour leur cosmogonie celles qui leur semblaient les plus harmonieuses, le cercle et la sphère, ainsi que les polygones et polyèdres réguliers.» Platon, dans le *Timée*, établit ainsi une corrélation entre les 5 éléments, qui constituent l'univers, et les 5 polyèdres réguliers. Au feu, il associe le tétraèdre, à la terre l'octaèdre, à l'eau l'icosaèdre, à l'air le cube. Quand au dodécaèdre, il représente «la sphère de l'univers».

Les savants de l'Antiquité accordaient également une importance particulière au fait que ces fameux solides soient au nombre de 5. Car leur philosophie comme leur interprétation du monde dans tous les domaines étaient régies, selon le principe de Pythagore, par le nombre. «Le nombre 5, omniprésent dans la nature – 5 doigts, 5 sens, 5 planètes (Mercure, Vénus, Mars, Jupiter, Saturne)... – occupait dans le système numérolgique des Grecs un rôle central, ce qui explique qu'ils aient attribué aux 5 solides de Platon des vertus magiques.»

Les mathématiciens de cette époque s'étaient également intéressés aux propriétés mathématiques remarquables des polyèdres réguliers convexes, en particulier aux questions d'inscription et de circonscription de ces solides entre eux. Il existe, par exemple, entre le cube et l'octaèdre, une «relation de dualité» : si l'on joint les centres des faces du cube, on obtient un octaèdre, et réciproquement. Le même rapport de dualité existe entre le dodécaèdre et l'icosaèdre. En filigrane de ces figures, on retrouve également le fameux nombre d'or. Il est présent, par exemple, dans le dodécaèdre, mais également, ce qui semble moins évident, dans l'icosaèdre. Ainsi, si l'on fait le rapport entre la longueur de la sécante qui joint les milieux de deux arêtes opposées, et la longueur d'une arête, on obtient le nombre d'or.

«Au III^e siècle av. J.-C., la théorie des polyèdres réguliers va connaître une nouvelle extension. Le physicien et mathématicien Archimède met en évidence l'existence de 13 "polyèdres semi-réguliers", des figures qui combinent sur leurs faces plusieurs types de polygones réguliers, et obtenues par "troncatures" régulières des solides de Platon.» C'est, par exemple, le cuboctaèdre (un cube, auquel on a sectionné régulièrement les sommets) composé de triangles et de carrés, ou l'icosidodécaèdre (obtenu en sectionnant les sommets d'un icosaèdre) qui marie harmonieusement pentagones et hexagones.

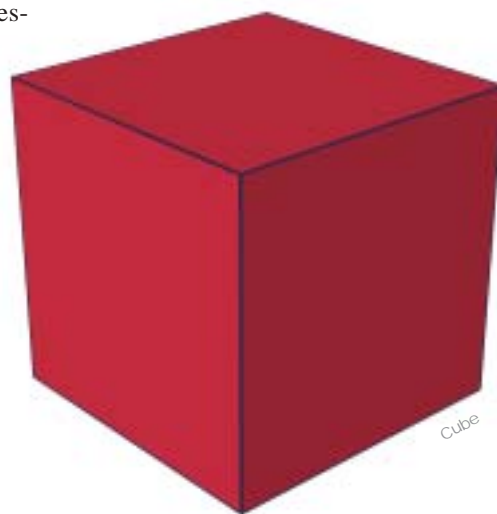
Les théories grecques sur les polyèdres, en particulier le *Timée* de Platon, ont continué d'inspirer savants et créateurs occidentaux bien après la fin de l'Antiquité. Elles se diffusent dans les monastères du Moyen Age, et fleurissent à la Renaissance. «Ainsi, à la fin du XVI^e siècle, le jeune astronome Kepler, qui tente de trouver une explication rationnelle du système solaire, élabore un premier modèle fondé sur les 5 solides de Platon. Il découvre également qu'à côté des 5 polyèdres réguliers convexes, il en existe d'autres, non convexes. En prolongeant les faces du dodécaèdre et de l'icosaèdre,



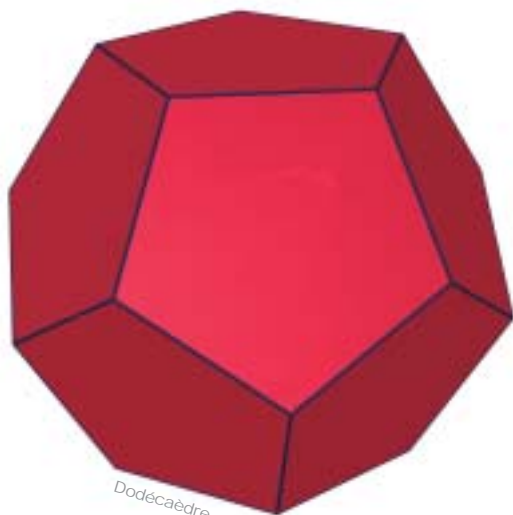
Octaèdre

il construit 2 nouveaux solides réguliers étoilés. Au XIX^e siècle, Poincaré en découvre 2 autres, et Cauchy va démontrer qu'il n'existe, en tout, que 9 polyèdres réguliers : les 5 solides de Platon et les 4 volumes étoilés.»

Encore de nos jours, ces polyèdres continuent de fasciner et de questionner les scientifiques. Et personne n'est insensible à la beauté et à l'harmonie de leurs formes, qui inspirent toujours l'imaginaire de nos designers modernes : jeux de dés (à 4, à 6, à 8, à 12, ou à 20 faces), mobilier, luminaires... ou ballon de football. ■



Cube



Dodécaèdre

Du 10 avril au 1^{er} juillet, l'Espace Mendès France propose «Jeux, nombres et formes», manifestation organisée en partenariat avec la Régionale Poitou-Charentes de l'association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public (APMEP), l'Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques (Irem) de l'Université de Poitiers et le Centre Sciences-CCSTI d'Orléans. Une cinquantaine de manipulations mathématiques et ludiques s'adressent aux plus jeunes, au travers de quatre thèmes : «Pythagore, tout est nombre», «Challenge mathématique»,

«Expocube», «Atelier polyèdre». Ces expositions et animations sont complétées par trois conférences : «Maths et jonglerie», le 10 avril à 18h30, par Jean-Christophe Novelli, chargé de recherche au CNRS (Université de Marne-la-Vallée), et Florent Hivert. «L'harmonie pythagoricienne de l'Antiquité à nos jours, sa pertinence dans l'éducation», le 10 mai à 18h30, par Iégor Zeznikoff, professeur de philosophie (Université de Paris X Nanterre). «Enseigner les mathématiques à l'école élémentaire», le 14 juin à 15h, par Roland Charnay, chercheur à l'INRP (groupe Ermel).