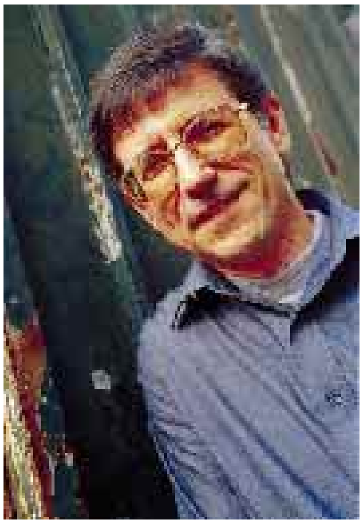
Bulles savantes

Pourquoi les bulles de savon sont-elles sphériques ? Pour les propriétés des bulles et films de savon, les mathématiciens ont développé la théorie des surfaces minimales, domaine de recherche riche en applications

Par **Mireille Tabare** Portrait **Bruno Veysset**

«Un grand nombre de théories et d'outils mathématiques ont été conçus et développés à partir de problèmes posés par la physique. L'histoire des "mathématiques savonneuses" illustre bien cette filiation», explique Jean-Paul Guichard, professeur agrégé de mathématiques, formateur à l'Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques (Irem) de Poitiers. C'est à partir des expériences menées sur les bulles et les films de savon par le physicien belge Joseph Plateau au siècle dernier, et pour tenter de valider les lois qu'il avait formulées, que les mathématiciens ont développé l'étude des «surfaces minimales», un domaine de recherche toujours très vivant aujourd'hui. Le physicien a réalisé un premier type d'expériences en immergeant dans de l'eau savonneuse différents objets : doubles-plaques reliées par des tiges, squelettes en fil de fer aux contours variés, en particulier squelettes de polyèdres. En retirant l'objet, il constate qu'un film savonneux se forme, qui s'appuie sur les contours de l'objet. Ce film adopte, pour chaque objet, un profil bien déterminé, obéissant à certaines lois fixes. Ces mêmes lois, Plateau les retrouve dans un deuxième type d'expériences menées sur des bulles de savon – entassements de bulles entre deux plaques, empilement de bulles les unes sur les autres. L'explication de ces formes observées par Plateau, souvent surprenantes et fascinantes par leur pureté et leur grande beauté, tient en une loi fondamentale. La nature est par essence économe de ses moyens. Les films de savon, doués d'une grande élasticité, adoptent naturellement, à l'équilibre, la forme qui nécessite une énergie minimale. Or l'énergie d'un film est minimale quand sa surface est minimale. Les configurations savonneuses étudiées par Plateau correspondent donc à des surfaces d'aire minimale. *«Les résultats établis par Plateau sur les films et bulles de savon ont marqué le point de départ d'un vaste programme de recherche mathématique sur les surfaces minimales, qui mobilise, depuis plus d'un siècle, l'attention des mathématiciens,* note Jean-Paul Guichard. *L'enjeu de cette recherche : étudier la nature et les propriétés de ces surfaces, et faire la démonstration mathématique des lois physiques énoncées par Plateau.»*



Ci-dessus : Jean-Paul Guichard et bulles à tore obéissant aux lois de Plateau (Joël Hass et Roger Schlafly, voir leur page Internet : http://math.math.ucdavis.edu/~hass/bubbles.htlm

Les théories et les outils mathématiques élaborés pour étudier les surfaces minimales et les plus courts chemins peuvent trouver, en retour, des prolongements et des applications dans les domaines les plus divers. Evoquons un problème concret, simple en apparence : quel est le plus court chemin reliant trois points ? Contrairement à ce que l'on pourrait penser, ce chemin n'est pas, en général, celui qui décrirait le périmètre du triangle formé par les trois points. Il existe un trajet plus court, en forme de Y, construit en joignant ces trois points à un point bien défini situé à l'intérieur du triangle. Ce résultat peut être appliqué à différentes situations. Par exemple, pour relier trois îlots d'un archipel par une passerelle dont la longueur soit minimale ; ou pour choisir le lieu d'implantation d'une station d'épuration desservant trois communes, en utilisant une longueur minimale de tuyaux.

Citons un autre exemple. Si l'on entasse des bulles de savon entre deux plaques de verre, elles se soudent rapidement pour former, à l'équilibre, un réseau hexagonal semblable au réseau de cire construit par les abeilles dans leur ruche pour entreposer le miel. *«Pourquoi cette même configuration apparaît-elle dans deux domaines aussi éloignés ? Simplement parce qu'elle offre l'avantage de contenir un maximum de volume pour un minimum de surface, d'où une économie de matière.»* ■